A TÖMEG LORENTZ- INVARIANCIÁJA

LORENTZ INVARIANCE OF MASS

Vető Balázs
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar, Anyagfizikai Tanszék

ÖSSZEFOGLALÁS

Különböző szerzők eltérő szemlélettel írják le a tömeg mozgásával kapcsolatos, látszólagos tömegváltozást. A két elterjedt tárgyalásmód egyike a testek mozgással járó, látszólagos tömeggyarapodása miatt új fogalmat vezet be, illetve rendel a testhez „relativisztikus tömeg" néven. A másik álláspont, hogy a látszólagos tömeggyarapodás nem indokolja a „relativisztikus tömeg", mint új fizikai mennyiség bevezetését. A háttérben meghúzódó fizikai jelenség, hogy a mozgó testek tömege mellett megjelenik azok kinetikus energiájának tömege is. A kinetikus energia tömege a klasszikus tömegfogalom megtartásával is benne van a relativisztikus dinamika egyenleteiben. Ha nem használjuk a „relativisztikus tömeget", akkor elkerüljük egy új mennyiség bevezetését és emellett a tömeg Lorentz-invariáns mennyiség marad.

ABSTRACT

There are two different ways to describe the virtual mass increase of moving bodies. The first one introduces „relativistic mass" to represent the increased mass of bodies. According to the other point of view, the phenomenon of the virtual mass increase does not require the introduction of a new physical quantity. The mechanism of the virtual mass increase consists of adding the rest mass and the mass of the kinetic energy of the moving body. Relativistic dynamics uses the mass of kinetic energy together with the classical meaning of mass. If the term „relativistic mass" is not used, there is no need to formulate a new quantity and mass will be a Lorentz-invariant quantity.

KULCSSZAVAK/KEYWORDS
Speciális relativitáselmélet, nyugalmi tömeg, energia-tömeg reláció
Special relativity, rest mass, energy-mass relation

BEVEZETÉS

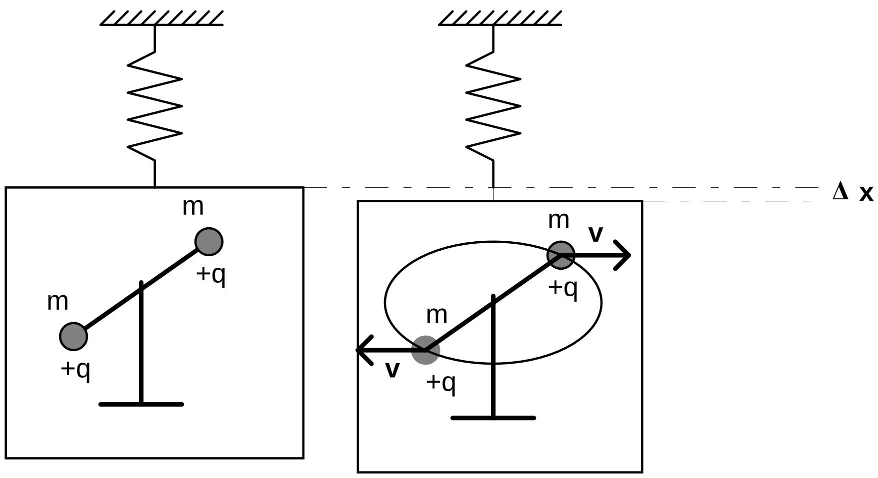
A tömegfogalom kialakítása eltérő szemlélet és módszertan alapján történik a speciális relativitáselmélet tanítása során. Egyes szerzőknél a mozgó test tömege új fogalomként, új elnevezést kapott; mozgó, vagy még gyakrabban relativisztikus tömeg kifejezés jelzi, hogy a test klasszikus értelemben vett tömegétől eltérő mennyiségről van szó. Az említett szemléletben a relativisztikus tömeg átveszi a tömeg szerepét. A test hagyományos értelemben vett tömeget pedig – a mozgó tömegtől való megkülönböztetés érdekében – nyugalmi tömegnek hívják és az m jelölést gyakran 0 indexszel egészítik ki. Más szerzők nem tarják szükségesnek a relativisztikus tömeg bevezetését és a tömeg hagyományos mennyiségét használják a relativitáselmélet összefüggéseiben is.

A következőkben módszertani szempontból szeretném megvizsgálni a relativisztikus tömeg fogalmának használatát. Célszerű-e bevezetni, vagy milyen más fizikai alapon tárgyalhatjuk mozgó testek tömegének látszólagos növekedését.

A RELATIVISZTIKUS TÖMEG

Az alábbiakban három példát ragadtam ki különböző szerzőktől a tömegfogalom használatáról.

Egy fizika tankönyvben, a mozgó töltések teréről szóló fejezetben E. M. Purcell [1] a következőt írja: „Kísérleti tapasztalatok nagy pontossággal igazolják, hogy a mozgás nem változtatja meg az elektromos töltések mérőszámát. A töltésekkel ellentétben a testek tömege változik a mozgással. A mozgó test tömege $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ tényezővel növekszik." A szerző a töltés és a tömeg (nem jegyzi meg, hogy a relativisztikus tömegről beszél) eltérő viselkedését egy gondolatkísérletben, ábrán illusztrálja (lásd 1. ábra). A kísérlet azt kívánja szemléltetni, hogy a q töltés független, az m tömeg mérőszáma pedig megnő a forgástól. A kísérlet egy laboratóriumban, tehát a Föld gravitációs terében rugóra függesztett dobozokban elhelyezett álló, illetve forgó súlyzókon mutatja be, hogy a forgó súlyzóra nagyobb nehézségi erő hat, mint az állóra, így a forgó súlyzót tartó rugó megnyúlása Δx-szel nagyobb.



1. ábra. Forgó súlyzó tömegnövekedésének szemléltetése gondolatkísérlet alapján.

A Holics László által szerkesztett Fizika zsebkönyvben Abonyi Iván [2] az alábbi gondolatmenettel vezeti be a relativisztikus tömeg fogalmát. Legyen érvényes az impulzus megmaradás tétele, és legyen az impulzus relativisztikusan is **p** = m**v** alakú! A két feltételt két tömegpont ütközésére alkalmazva, a Lorentz-transzformáció felhasználásával arra az eredményre jut, hogy az impulzus relativisztikus kifejezésében;

$$p = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}v \tag{1}$$

a **v** együtthatója a mozgás által módosult, relativisztikus tömeg. Ez a tárgyalás is a mozgó tömeg mérőszámának növekedését sugallja.

A tömegpont relativisztikus impulzusát a tömegpont relativisztikus mozgásegyenletéből, a *dp/dt = F* definíciós egyenlet alapján vezeti be Hraskó Péter [3]. A relativisztikus tömegről pedig a következőt írja: „A relativitáselméleti tankönyvekben szokássá vált az impulzus képletében szereplő $m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ törtet mozgási tömegnek nevezni, az *m*-re pedig a nyugalmi tömeg elnevezést használni. Ezek mögött az elnevezések mögött az a tévhit húzódik meg, hogy mozgás közben a testek tömege valóban változik …”. Ez utóbbi felfogás szerint a tömeg mérőszáma nem változik meg a mozgástól.

Próbáljunk meg ebben a kérdésben eligazodni!

A TÖMEGNÖVEKEDÉS FIZIKAI HÁTTERE

A fent felsorolt példák azt mutatják, hogy egyes szerzők különböző szemlélet alapján, eltérő elnevezéssel tanítják a relativitáselmélet alapjait. A felírt összefüggések, egyenletek alakja tartalma azonos, a bennük szereplő tömeg fizikai értelmezése eltérő. A tömegpont relativisztikus impulzusának felírásakor mindegy, hogy a test tömegét szorozzuk a relativisztikus sebességgel, vagy a relativisztikus tömeget a sebességgel. A valódi kérdés az, hogy történik-e tömegnövekedés.

A tömeg mérőszámának mélyebb megértéséhez szükség van az Einstein által megállapított

$$E = mc^2 \tag{2}$$

nyugalmi energia fogalmára. Az Einsteini egyenlet kifejezi, hogy ha egy testnek ΔE –vel növelem az energiáját, (pl. belső energiáját, rugalmas energiáját, kinetikus energiáját), akkor a test tömege mellett megjelenik az energia

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \tag{3}$$

tömege. Ez a tömeg nem választható el magától a testtől, de nem a test tömege növekedett, hanem megjelent az energia tömege. A test belső energiáját sokféle módon növelhetjük, mozgásba hozzuk, melegítjük, ha rugalmasan deformáljuk, stb. és minden fajta belső energianövekedés tömeget jelent.

Egyszerűen belátható, hogy a testek relativisztikus tömege a test tömegének és a kinetikus energia tömegjárulékának összege. A test relativisztikus kinetikus energiáját kinetikus energia definíciós egyenletéből határozhatjuk meg. A kinetikus energia időegységre eső megváltozása a test pillanatnyi sebességének és a rá ható erő sebesség irányú komponensének szorzatával egyenlő:

$$\frac{dE_K}{dt} = v \cdot F\ . \tag{4}$$

Az egyenletet kiegészítő kezdeti feltétel pedig, hogy nyugvó test kinetikus energiája zérus. A tömegpont relativisztikus mozgásegyenlete, ha a testre ható erő a sebességgel párhuzamos;

$$F = \frac{ma}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{3/2}} \tag{5}$$

Felhasználva, hogy *a = dv/dt,* és az (5) egyenletet a (4) egyenletbe helyettesítve kiküszöböljük az erőt;

$$\frac{dE_K}{dt} = \frac{mvdv}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{3/2} dt}\ . \tag{6}$$

A (6) egyenletet *dt* –vel egyszerűsítve majd integrálva, a kinetikus energia

$$E_K = \frac{mc^2}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} + A \tag{7}$$

alakban adódik. Az *A* integrációs állandó a kezdeti feltételből: $A = -mc^2$. Ezzel megkaptuk a kinetikus energia relativisztikus kifejezését;

$$E_K = \frac{mc^2}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} - mc^2 \tag{8}$$

alakban. A kinetikus energia tömegjáruléka $\Delta m_K = \Delta E_K / c^2$. Ennyivel járul hozzá a mozgási energia a test tömegéhez. A test relativisztikus tömege tehát a test tömegének és m_K -nak az összege:

$$m(v) = m + \frac{E_K}{c^2} = \frac{m}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}, \tag{9}$$

ami egyébként megegyezik az (1) egyenletben szereplő relativisztikus tömeggel.

MÓDSZERTANI MEGFONTOLÁSOK ÉS TAPASZTALATOK

Az 1. ábrán mutatott Purcell-féle gondolatkísérlet alapján nem lehet eldönteni, hogy a forgó súlyzó azért nehezebb az állónál, mert a mozgástól megnőtt a tömege, vagy a tömegéhez hozzá adódik a mozgási energiájának tömegjáruléka. A (9) egyenletben kapott eredményt vizsgálva viszont, azt kell mondanunk, hogy a testek tömege nem változik meg a mozgástól, hanem a tömegükhöz hozzá adódik a kinetikus energiájuk tömege. Ez persze, látszólag tömegnövekedést jelent, de nem elsődleges effektusként, hanem egy másik effektus következményeként. A testek tömege (vagy az elterjedt elnevezéssel nyugalmi tömege) épp olyan, vonatkoztatási rendszertől független állandó, Lorentz-invariáns mennyiség, mint az elektromos töltés.

Ha (9) egyenlet alapján bevezetjük a relativisztikus tömeg fogalmát úgy, mint a test tömegének és kinetikus energia járulékának összegét, akkor valóban sebességfüggő tömeget definiálunk. A Purcell [1] azért írja, hogy a tömeg nem invariáns mennyiség, mert azon a mozgási, vagy relativisztikus tömeget érti. Az pedig azért nem invariáns mennyiség, mert a kinetikus energia és ez által annak tömegjáruléka nem az.

A test és a test mozgási energiájának tömegjárulékát nem érdemes relativisztikus tömeggé gyúrni, mert külön kezeljük valamennyi energiafajta tömegjárulékát. Ellenkező esetben, a mozgási vagy relativisztikus tömeg mintájára bevezethetnénk deformációs, termikus, stb. tömeget, mint a test tömegének és a nevezett energia tömegjárulékának összegét.

Hraskó Péter [3] azonban felhívja a figyelmet a relativisztikus tömeg korlátozott alkalmazhatóságára.. A relativisztikus impulzust felírhatjuk, a relativisztikus tömeg és a sebesség szorzataként, megtartva az impulzus $\mathbf{p} = m\cdot\mathbf{v}$ klasszikus fizikában megszokott alakját. Egyszerűen felírhatjuk a test energiáját a relativisztikus tömeg és c^2 szorzataként. Ezek után várhatnánk, hogy a tömegpont relativisztikus mozgásegyenlete felírható legyen abban a formában, hogy a relativisztikus tömeg és a gyorsulás szorzata egyenlő az erő relativisztikus kifejezésével. Ez azonban nem igaz, itt csődöt mond a relativisztikus tömeg érvényessége.

Az ELTE Tanárképző Karán tíz évig tartottam Elektrodinamika és relativitáselmélet című előadást fizika tanár szakos hallgatók részére. A relativisztikus tömeg említését nem tudtam elkerülni, de felhívtam a figyelmet használatának esetlegességére.

Tapasztalatom szerint, a testek relativisztikus impulzusa és energiája mind a hagyományos, mind a relativisztikus tömeg segítségével helyesen tárgyalhatóak. Módszertani kérdés, van-e értelme a relativisztikus tömeg, mint csak bizonyos esetekben helyt álló, új fizikai fogalom bevezetésének és használatának. A fizika tanítása során, a fizikai fogalmak kialakításának módszertana azt kívánja, hogy minél kevesebb egymáshoz hasonló fogalmat alakítsuk ki, és csak akkor vezessünk be új fogalmat, ha az valóban szükséges. A tömeg esetében szerencsésebb a klasszikus tömegfogalom megtartása.

IRODALOMJEGYZÉK

1. E. M. Purcell: Electricity and Magnetism, Berkeley Physics Course vol. 2. p. 177. McGraw-Hill Book Co. Singapore, 1985.
2. Abonyi Iván: Fizika (IV. fejezet 918. old.), Holics László szerk. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
3. Hraskó Péter: A relativitáselmélet alapjai, Typotex Kiadó, Budapest, 2009.

SZERZŐ

Vető Balázs, főiskolai docens, ELTE TTK, Fizikai Intézet, Anyagfizikai Tanszék, 1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/A. veto@metal.elte.hu